

1 Intro

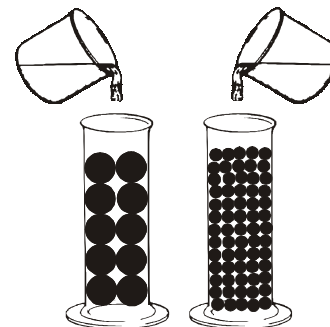
I hvilket af de to glas er der mest plads til vand?:

Hvorfor?:

Angiv de variable:

Check din forventning ved at hælde lige store mængder vand i to glas med henholdsvis store og små kugler. Hvor stod vandet højest?:

Hvad er der "sket" med de variable:



2 Vægtstang

En vægtstang hvor der hænger et lod på den ene side - og som der ikke pilles ved - kan bringes i balance eller ubalance ved på den modsatte side at hænge et antal lodder i et fælles hul i forskellige afstande fra omdrejningspunktet.

Angiv de uafhængige variable:

- og deres værdier:

Angiv de afhængige variable:

- og deres værdier:

3 Vægtstang

Anbring 100 g på venstre side i hullet 2 cm fra omdrejningspunktet - og lad dem blive der.

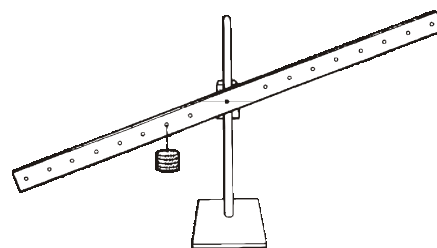
Prøv at skabe balance ved at anbringe ét eller flere lodder i et fælles hul på højre side.

Afprøv nogle andre kombinationer, som skaber balance.

Skriv i skemaet nogle af de kombinationer af masser og afstande fra omdrejningspunktet på højre side som skabte balance.

Kan du se et mønster i hvornår der er balance? - er der noget der er konstant? Skriv dine erfaringer herom i højre kolonne.

Hvilke erfaringer gjorde du dig om sammenhængen mellem masser og afstande når der er balance?:



Masse i g	Afstand i cm	

4 Vægtstang

Anbring nu 75 g på venstre side i hullet der er 2 cm fra omdrejningspunktet.

Prøv at skabe balance med forskellige lodder i forskellige afstande på højre side.

I hvilket hul skal 25 g anbringes for at opnå balance?

Hvilken masse skal benyttes i afstanden 1 cm for at opnå balance?

Prøv at besvare følgende spørgsmål uden først at afprøve med vægtstangen:

Hvor stor en masse er nødvendig i afstanden 3 cm for at skabe balance?:

I hvilket hul skal der hænges 30 g for at skabe balance?:

Prøv at opskrive en generel regel for sammenhængen mellem variabelen masse og variabelen afstand når der er balance:

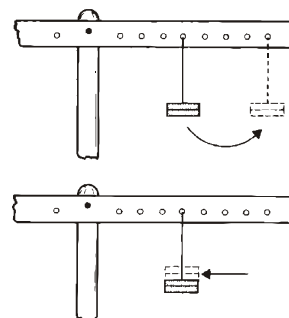
Masse i g	Afstand i cm	Balance-mønster
25 g		
	1	

5 Vægtstang

Antag at der hænger 2 lodder i hul 4 på højre side, som er i balance med en masse på den anden side.

Hvis der nu i stedet hænges lodder i hul 8 på højre side, hvilken masse skal de så have for at bevare balance?:

Hvis massen af de oprindelige 2 lodder i hul 4 på højre side i stedet blev fordoblet, hvilket hul skal det så flyttes til for at bevare balancen?:



! Når sammenhængen mellem to variable er som dem der her er undersøgt - dvs. at produktet mellem dem er konstant - siges de to variable at være *omvendt proportionale*. **!**

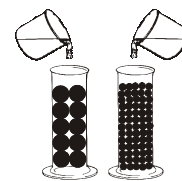
● Det betyder altså, at hvis den ene variabel øges med en bestemt faktor, mindskes den anden variabel med præcis den samme faktor. ●

6 Andre eksempler

Find selv eksempler på andre sammenhænge hvor der optræder omvendt proportionalitet mellem variable:

7 Intro - igen

Se igen på intro-eksperimentet. Hvad var det, der var konstant her?:



8 Vægtstang

Anbring 150 g i hullet i afstanden 4 cm på venstre side og lad dem blive der.

Forudsig hvilke masser i hvilke huller på højre side der skaber balance - og check om nødvendigt.

Indtegn sammenhørende værdier af disse lodders masse og afstande i et koordinatsystem. Fx *masse* ud ad x-aksen og *afstand* ud ad y-aksen.

Hvordan ligger punkterne?:

Dette er karakteristisk for variable som er omvendt proportionale.

Masse i g	Afstand i cm

Når to variable - fx x og y - er omvendt proportionale, skrives det matematisk som



$$x \cdot y = a \quad \text{eller}$$

$$y = \frac{a}{x} \quad \text{eller}$$

$$y = a \cdot \frac{1}{x}$$



hvor a ikke er en variabel, men er en konstant.

Vis at de tre udtryk er ens:

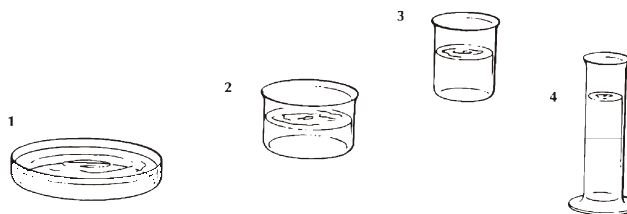
9 Vandglas

Susanne hælder vandet fra glas nr. 4 i glas 1 og derfra videre til glas 2 og igen videre til glas 3.

Hun måler vandets højde og overfladeareal i hvert af glassene (se skemaet).

Hvad er det der er konstant her?:

Hvilken sammenhæng er der mellem vandets højde, h , og dets overfladeareal, A ?:



Glas nr.	Overfladeareal	Højde
1	100 cm ²	5 cm
2	50 cm ²	10 cm
3	20 cm ²	25 cm

Opskriv denne sammenhæng ved hjælp af en formel:

Det indvendige areal af glas nr. 4 er 10 cm². Hvor høj var vandstanden i dette glas?:

10 Metaltråde

En metaltråd kan trækkes til en længere og tyndere tråd ved at blive trukket igennem et hul. Hvad er det, der er konstant her?:

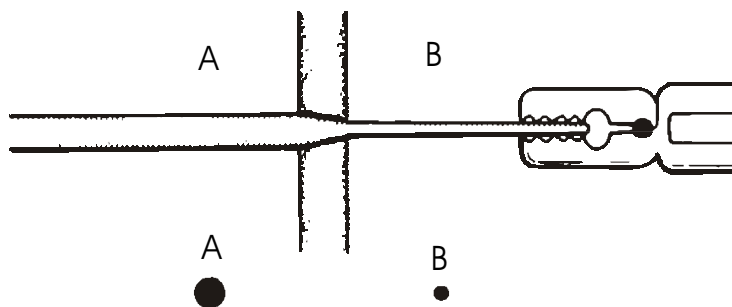
Hvad ville der ske med længden af den trukne tråd hvis nu arealet af B var det halve af A? (forklar):

Hvad ville der ske med længden af den trukne tråd hvis nu arealet af B var $1/10$ af A? (forklar):

Hvilke variable er det, der her er omvendt proportionale?:

Studer og mål på figuren: hvor meget længere bliver tråden af at blive trukket gennem det viste hul? (skriv forklaring):

En anden tråd, der har et tværsnitsareal på 9 mm^2 og er 1 meter lang, trækkes gennem et hul og får derved længden 3 meter. Hvilket tværsnitsareal får tråden? (forklar):



11 Balloner

Et eksempel på omvendt proportionalitet findes mellem de variable densitet, ρ , og rumfang, V , for luften i en lukket ballon som kan ændre volumen: $\rho = \frac{m}{V}$. Hvad er det, der er konstant i dette tilfælde?:

Forestil dig at densiteten af luften i en lukket ballon er $1,2 \text{ g/L}$. Hvad sker der med densiteten af luften i ballonen, hvis den opvarmes således at dens volumen øges med en faktor 3?:

Forestil dig at densiteten af helium i en lukket vejrballoon er $0,2 \text{ g/L}$. Hvad sker der med densiteten af luften i ballonen, hvis den stiger til vejrs hvor trykket er lavere og dens volumen derfor øges med en faktor 2?:

Hvad kan du generelt sige om *forholdet* mellem densitet af luften i en ballon før og efter at volumenet ændrer sig, hvis du kender volumenet før og efter?:

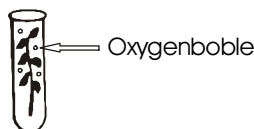
Prøv at opskrive denne forholds-sammenhæng matematisk (benyt fx symbolerne $\rho_{\text{før}}$, ρ_{efter} , $V_{\text{før}}$, V_{efter}):



En vejrballoon som er påfyldt helium og er klar til opsendelse.

12 Energi og afstand

En vandplante producerer oxygen, når en stærk lyskilde lyser på den. Oxygenet ses som bobler i vandet. Figuren viser hvor mange bobler der afgives i et bestemt tidsrum, når en glødepære placeres i forskellige afstande fra planten.



I dette tilfælde er der proportionalitet mellem antallet af bobler og energien af det lys der falder på planten.

Benyt figuren til at udfylde skemaet.

Hvilket produkt er det der er konstant her?:

- anfør dette i den sidste kolonne i skemaet.

Antal bobler	Afstand	(Afstand) ²	

Hvis man har en el-pære med effekten 75 W og man udskifter den til en 25 W-pære og samtidig ønsker at opretholde samme lysintensitet ved planten, hvilken afstand skal 25 W-pæren så placeres i?:

Hvad sker der med lysintensiteten ved planten, hvis 75 W-pæren flyttes 10 gange så langt væk?:

Den svære...

Prøv om du kan finde en forklaring på den sammenhæng mellem intensitet og afstand, som viste sig ovenfor (det er en sammenhæng, der ofte optræder i naturen).

(Tip: inddrag overfladearealet af en kugle)

Når sammenhængen mellem to variable er som den der her er undersøgt, siges de to variable at være **omvendt kvadratisk proportionale**.

Det betyder altså, at hvis den ene variabel øges med en bestemt faktor, mindskes den anden variabel med præcis den samme faktor kvadreret ("i anden").

Når to variable - fx x og y - er omvendt kvadratisk proportionale, skrives det matematisk som

$$x^2 \cdot y = a \quad \text{eller}$$

$$y = \frac{a}{x^2} \quad \text{eller}$$

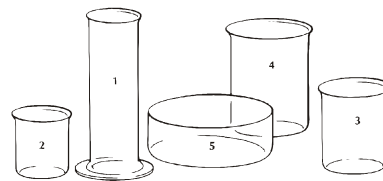
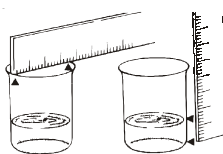
$$y = a \cdot \frac{1}{x^2}, \text{ hvor } a \text{ ikke er en variabel men en konstant.}$$

Vis at de tre udtryk er ens:

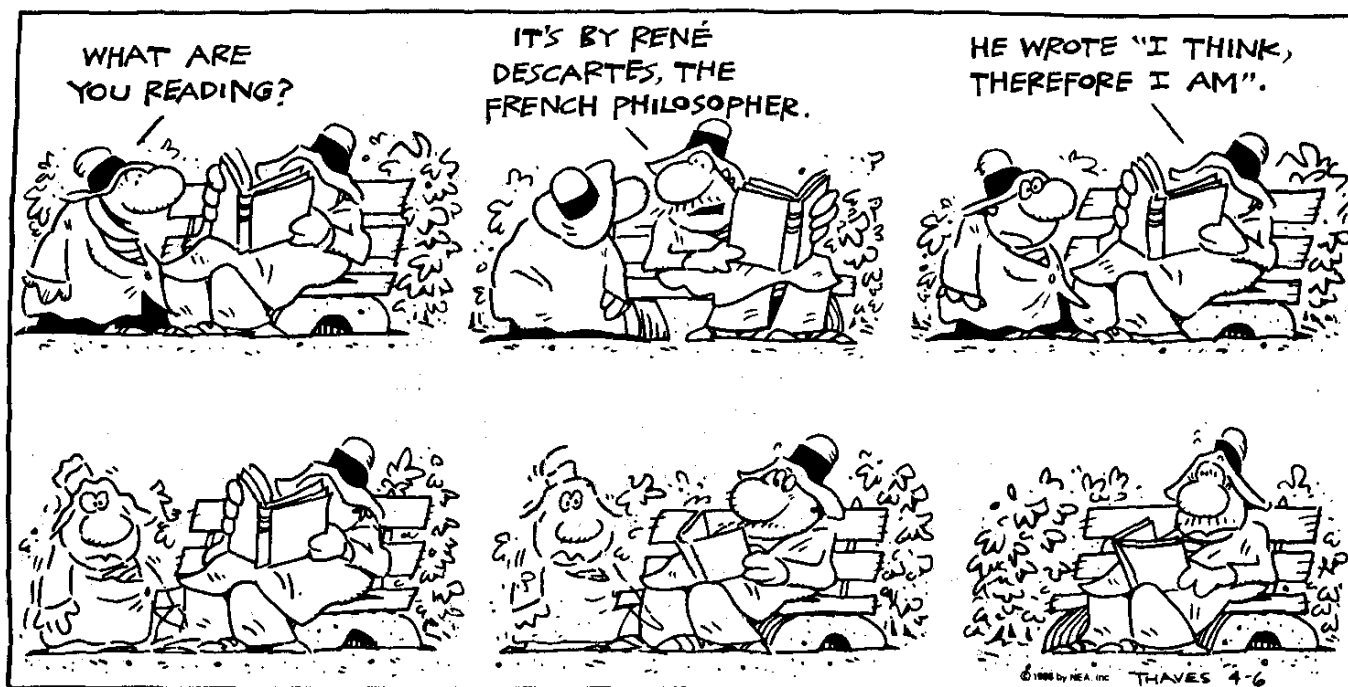
13 Vandglas - igen

Mål og studer sammenhængen mellem højde og diameter af vand i cylindriske glas:

Hvilken sammenhæng er der?:



Indtegn sammenhørende værdier af disse højder og diametre et koordinatsystem. Fx *højde* ud ad x-aksen og *diameter* ud ad y-aksen. Hvordan ligger punkterne?:



Lærervejledning

Introduktion

Omvendt proportionalitet er ligesom proportionalitet forbundet med sammenhængen mellem to variable. I dette tilfælde er den matematiske form $y \cdot x = m$. Når y vokser falder x proportionalt hermed for at holde m konstant. Der skal altså også her fokuseres på at noget er konstant.

På det konkrete operationelle niveau forstås naturfænomener hvori to variable er omvendt proportionale kun kvalitativt: En elev på det konkrete operationelle niveau vil fx kunne indse at en rund klump modellervoks der trykkes flad stadig indeholder "det samme" og derfor har samme masse idet dens tab af "højde" er blevet kompenseret af en øgning af "diametere/bredden". Det kræver derimod formelt operationelt tænkning at kunne udlede en omvendt proportionalitet matematisk og *bruge* dette udtryk - fx til at kunne udtænke hvor

langt en kraft på 25 N skal flyttes ud på en løftestang for at udvirke samme kraft som en 75 N kraft tættere på omdrejningspunktet.

Der er masser af sammenhænge i fysikken, hvor det forventes at eleverne kan håndtere omvendt proportionalitet mellem variable - eksempelvis

$$p = \frac{F}{A} \text{ og } p \cdot V = \text{konstant.}$$

Eleverne vil sikkert være bekendt med sammenhænge hvor to variable kompenserer/ophæver hinanden additivt. Fx i forbindelse med mekanisk energi: når E_{pot} falder så stiger E_{kin} "lige så meget".

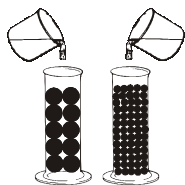
Det vil nok være på sin plads at man over for eleverne tydeliggør forskellen på additiv kompensation og multiplikative kompensation, som er gældende ved omvendt proportionalitet.

Afvikling

Intro

Dette lille eksperiment er tænkt som en introduktion til omvendt proportionalitet - at noget er konstant på en måde så de variable præcis kompenserer hinanden.

Det skal samtidigt lede opmærksomheden hen på at det er et ofte forekommende fænomen i naturen at to størrelser/variable udligner/kompenserer hinanden.



Tanken var først - i den konkrete forberedelse - at få eleverne til at fokusere på de variable (antallet af "mellemrum" og deres størrelse) og bemærke at kuglerne har forskellige dimensioner, men at de to glas har samme størrelse.

Eleverne kunne herefter tænke over, argumentere og diskutere problemstillingen med hinanden: i hvilket glas er der mest plads til vand? - nogle vil måske forsvare deres idé om at "der er store mellemrum mellem de store kugler og derfor plads til mest vand" og andre at "der er mange flere mellemrum mellem de små kugler og derfor plads til mest vand". Når problemets parametre er blevet etableret, kan eleverne/klassen udføre eksperimentet.

Det vil givet vis skabe kognitiv konflikt hos en del elever. Og de må konstruere en ny forklaring byggende på kompensation/omvendt proportionalitet mellem de variable.

Alt efter temperament, kan man indlede med et lille

eksempel a la:

Det er et almindeligt problem med boldbaner at de ikke altid kan "opsuge" al vandet fra et kraftigt regnvejr - med den følge at der ligger vand på banen. I en simpel model kan man beskrive det således, at vandet bliver "opsuget" ved at det udfylder mellemrummene mellem de småsten som jorden/gruset består af. Hvis man skal anlægge en boldbane, kan man fundere over om det er bedst at benytte jord/grus der består af små sten eller af store sten.

Udstyr

Ca. 200 mL glaskugler med en diameter på 5 mm og ca. 200 mL glaskugler med en diameter på 8 mm. (udleveret af CND)

Benyt fx to bælgelglas på 250 mL til at fremvise kuglerne i (ikke smalle måleglas som på tegningen:-) Tilsæt ens mængder vand/væske (evt. farvet - fx kaffe) - hav fx væsken stående i to måleglas ved siden af bælgelglassene med kuglerne, således at det er tydeligt for eleverne at de to væskevolumener er ens.

Det er nok smartest med hensyn til pointen, at der ikke tilsættes så meget væske at det overstiger kuglerne (for meget) - ca. 70 mL er passende til 200 mL kugler.

Vægtstang

Tydeliggør over for eleverne at når der hænges lodder

på venstre side af vægtstangen, skal der ikke "pilles" ved dem - deres placering og masse er ikke variable i denne leg.

Vægtstangen ophænges fx i det øverste af de tre centerhuller i en kontorclip som igen fæstnes til et stativ.

Møtrikker kan benyttes som lodder og påhægtes ligeledes vægtstangen med clips. Det postuleres at massen af møtrikkerne er 25 g (da dette gør det lettest

at regne i hovedet - massen er desværre nærmere 22 g) og afstanden (som de fx selv kan måle) er 1,0 cm.

Udstyr

Messingvægtstang med 12 huller med 1 cm's afstand på hver side af centrum (udleveret af CND)

Kontorclips (udleveret af CND)

Møtrikker (udleveret af CND)

Brobygning

Se fx også i forløbet "Brobygning"

Et simpelt og trygt eksempel som man kan give eleverne at arbejde med, hvis ikke de selv kan komme i gang med at finde nogle eksempler kunne være sammenhængen mellem fart og tid på cyklen fra hjem til skole: $v \cdot t = s$, hvis afstanden, s , holdes konstant.

I samme eksempel - med de samme tre variable - kan man også bede dem finde ud af hvad der skal være konstant for at der er tale om proportionalitet mellem to af de tre variable.

Eksempler i kemiundervisningen:

Fortyndinger: $c \cdot V = \text{konstant}$,

Vands ionprodukt: $[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})] \cdot [\text{OH}^-(\text{aq})] = k_v$ samt fældninger fx $[\text{Ag}^+(\text{aq})] \cdot [\text{Cl}^-(\text{aq})] = \text{konstant}$

Dele af dette HOT-fysik-materiale er hentet fra copyright-beskyttet engelsk materiale. CND har fået lov til at benytte det i forsøgsgøjemed. Materialet må derfor ikke distribueres udenfor kredsen af HOT-fysikdeltagere.