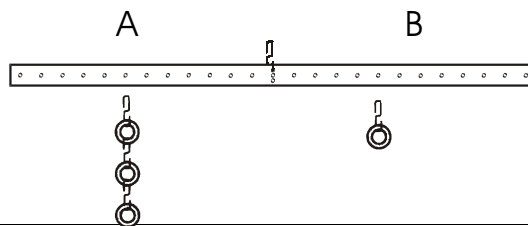


1 At skabe ligevægt

Der er flere måder hvorpå man med lodder som hænger i et fælles hul på hver sin side af en vægtstang kan få den til at balancere - at være i ligevægt.

Prøv dig frem og angiv hvilke uafhængige variable der er tale om - og hvilke værdier de har (Bemærk at der er to sider: A og B):



Uafhængige variable	Værdier

Hvilken afhængig variabel er der tale om? - og hvilke værdier har den?:

Afhængig variabel	Værdier

2 Der hænger 4 lodder i et fælles hul på hver side af en vægtstang. Hvad kan du sige med hensyn til ligevægt?:

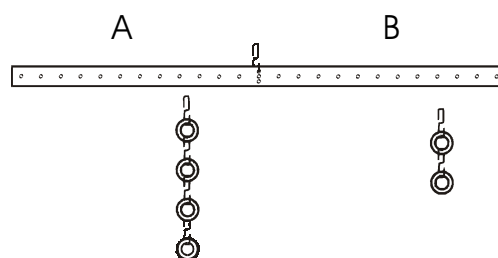
3 Ligevægt

Find en måde at få 4 lodder, der hænger i et fælles hul på side A, til at være i ligevægt med 2 lodder, der hænger i et fælles hul på side B.

Vis på tegningen hvordan du fik dem i ligevægt.

Find fem andre måder at skabe ligevægt på med de 4 lodder der hænger i et fælles hul på side A og de 2 lodder der hænger i et fælles hul på side B.

Design selv et skema hvori du opskriver dine resultater (husk at få alle variable og deres værdier med)

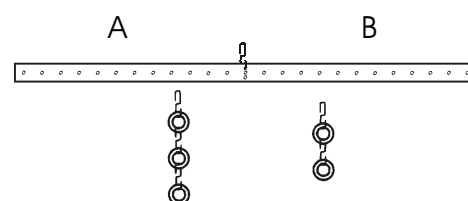


4 Ligevægt

Hæng denne gang 3 lodder i et fælles hul på side A og 2 lodder i et fælles hul på side B og få dem til at være i ligevægt.

På hvor mange forskellige måder kan du skabe ligevægt?:

Opskriv resultaterne i det skema som du har lavet.



5 Opskriv på matematisk form hvilken sammenhæng der skal være mellem de fire uafhængige variable for at der er ligevægt:

Afprøv nogle flere kombinationer hvis du mener ikke at have eksperimenter nok

6 Ligevægt og kraftmoment

Om vægtstangen vipper ned til den ene eller den anden side afgøres af den variabel der hedder *kraftmoment* - som har symbolet M . Kraftmomentet på side A kan øges enten

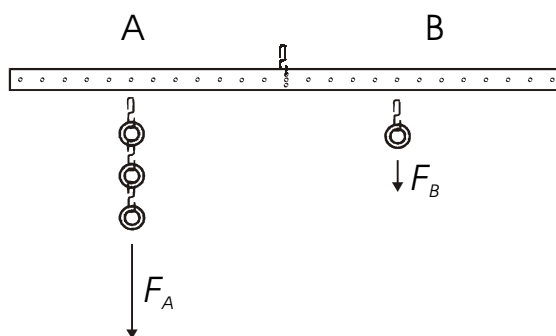
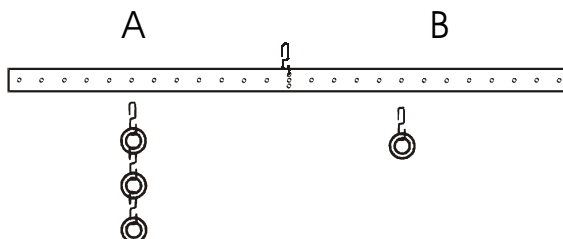
- ved at:

- eller ved at:

Kraftmoment, M , er en sammensat variabel - hvor den ene variabel er kraft, F (og ikke masse). Prøv om du kan opskrive den sammensatte variabel kraftmoment på matematisk form:

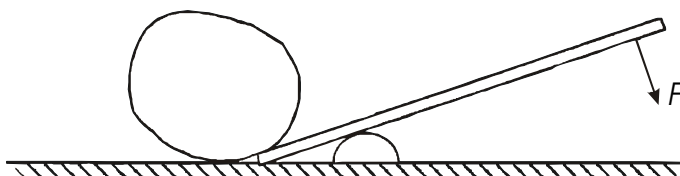
Hvad gælder der om kraftmomentet for side A, M_A , og side B, M_B , når der er ligevægt (udfør eventuelt nogle flere eksperimenter, hvis du ikke er sikker på sammenhængen):

Hvis man på side A har en kraft, F_A , i afstanden, s_A , fra omdrejningspunktet og på side B en kraft, F_B , i afstanden, s_B , fra omdrejningspunktet, hvilken sammenhæng er der så mellem F_A , s_A , F_B og s_B hvis der er ligevægt?:



7 Løftestang

Forklar hvorfor man med fordel kan håndtere tunge sten med en løftestang på den måde som er vist på figuren (brug gerne den sammensatte variabel kraftmoment):



Hvad har det med kapselåbnere at gøre?

8 Vejning

Hvis du råder over en genstand som du mener har en masse på halvdelen af ét af loddernes masse, hvordan kan du så checke genstandens masse med vægtstangen?:

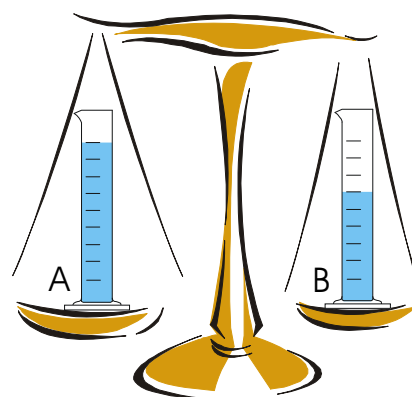
Hvis du råder over en genstand som du mener har en masse på tredjedel af ét af loddernes masse, hvordan kan du så checke genstandens masse med vægtstangen?:

Hvis du råder over en genstand som du mener har en masse på fem gange ét af loddernes masse, hvordan kan du så checke genstandens masse med vægtstangen?:

9 Densitet og volumen

Densiteten af væsken i glas A er $1,0 \text{ g/cm}^3$. Bestem densiteten af væsken i glas B (forklar):

Opskriv på matematisk form en generel sammenhæng mellem densiteterne og volumenerne af væske: ρ_A , ρ_B , V_A og V_B :



10 Mere præcis vejning

Ophæng en eller anden genstand (fx dit penalhus) på den ene side af vægtstangen, udtænk og beskriv en måde hvorpå du mest præcist kan bestemme genstandens masse:

11 Dørhåndtag

Dørhåndtag er oftest er placeret tæt ved kanten af dørene i modsatte side af hængslerne og ikke fx midt på døren. Hvad har det med ligevægt at gøre?:



12 Skelet & muskler

Prøv at diskutere betydningen af en armmuskels styrke OG hvor på armens knogler den er vedhæftet (benyt begrebet ligevægt og variabelen kraftmoment):



13 Biler i ligevægt (1)

Her er et andet system, hvori der kan være ligevægt.

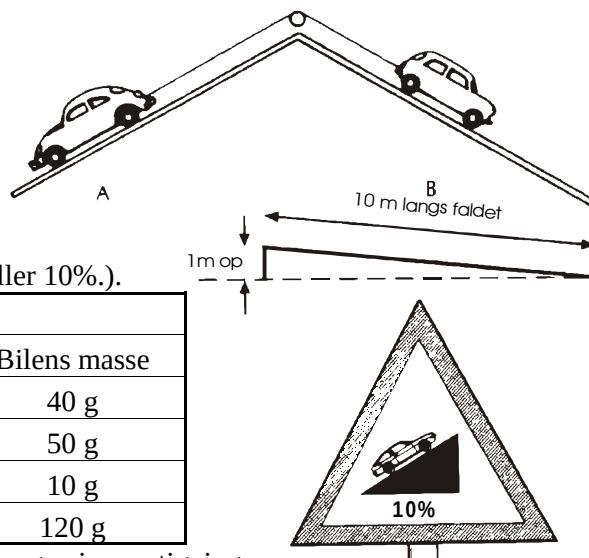
Man kan let foretage en del forsøg, hvor man varierer modelbilens masse og vejens stigning på side A og modelbilens masse og vejens stigning på side B.

Nedenfor ses resultaterne af en række af sådanne forsøg hvor der var ligevægt.

Stigningen blev målt som vist på figuren, hvor den er 1:10 (eller 10%).

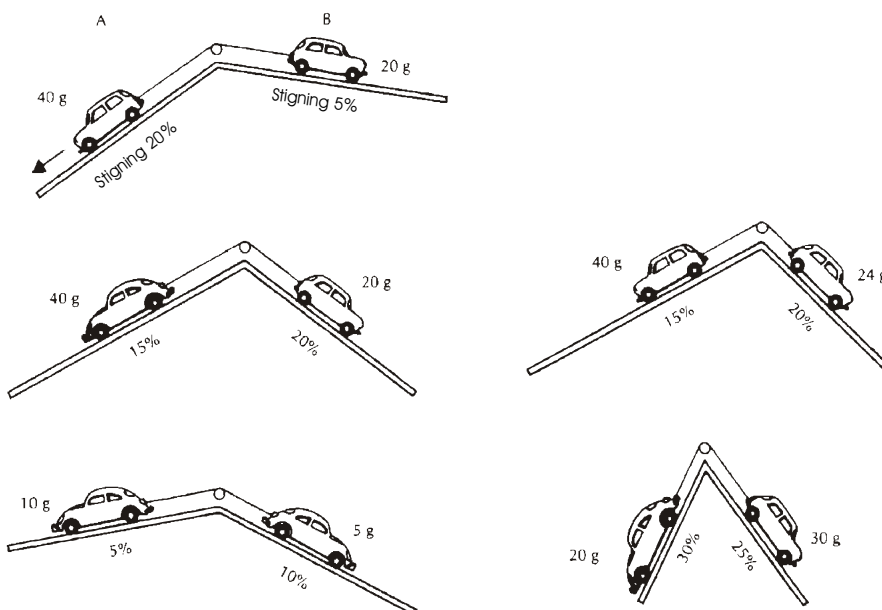
Side A		Side B	
Stigning	Bilens masse	Stigning	Bilens masse
1 : 5	20 g	1 : 10	40 g
1 : 20	100 g	1 : 10	50 g
1 : 20	30 g	3 : 20	10 g
1 : 25	30 g	1 : 100	120 g

Led efter og opskriv en sammenhæng mellem bilernes masser og vejenes stigninger, når der er ligevægt:



14 Biler i ligevægt (2)

Brug den fundne sammenhæng til at forudsige hvilke af følgende systemer der er i ligevægt - og hvis ikke: hvilken bil der så kører nedad:



15 "Flere ophæng på samme side"

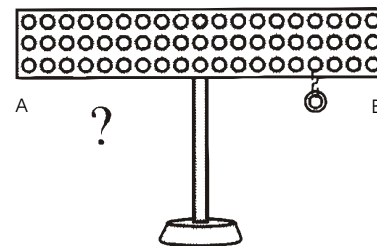
Hvor på side A vil du hænge to lodder i et fælles hul for at der er ligevægt? (udtænk først og check herefter eksperimentelt):

Antag at et af de to lodder på side A flyttes et hul til højre. Hvad skal der ske med det andet lod på samme side for at genoprette ligevægten? (udtænk først og check herefter eksperimentelt):

- og hvad hvis det lod der blev flyttet ét hul til højre i stedet for flyttede to huller til højre?:

Prøv at finde hvilken sammenhæng der giver balance/ligevægt når der er placeret lodder flere steder på samme side?:

Prøv at udtrykke denne sammenhæng med symboler (m_{A1} , s_{A1} , m_{A2} , s_{A2} , m_B , s_B , o.s.v.)

**16 "Flere ophæng på samme side (2)"**

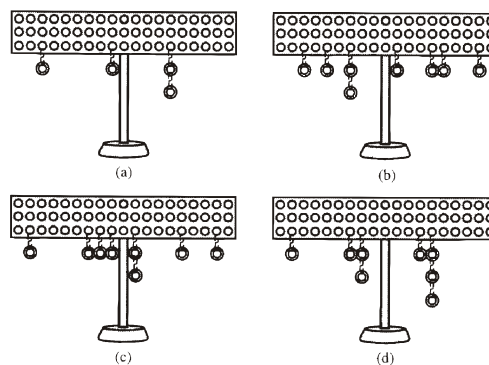
Prøv at forudsige ved hvilke af de følgende arrangementer, a-d, der er ligevægt (udtænk først og check herefter eksperimentelt):

a):

b):

c):

d):

**17 "Flere ophæng på samme side (3)"**

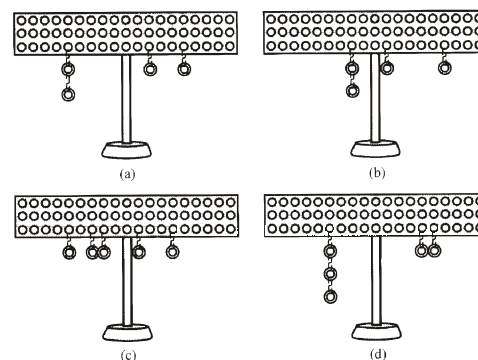
Hvor vil du placere ét lod på hver af vægtstængerne a-d for at skabe ligevægt? (udtænk først og check herefter eksperimentelt):

a):

b):

c):

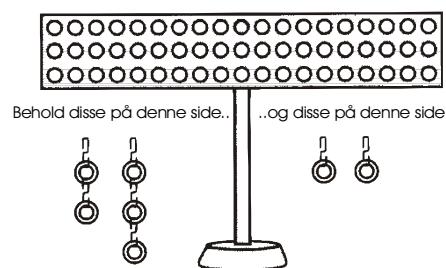
d):

**18 Tre måder**

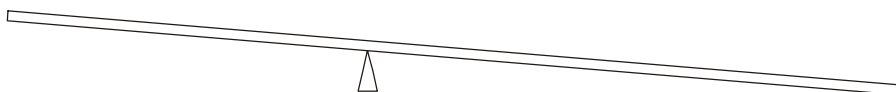
Antag at du har seks lodder. Find tre måder hvorpå der kan opnås ligevægt ved at placere ét lod på venstre side og de andre fem på højre side. Udtænk først og check herefter eksperimentelt:

19 To måder

Find to forskellige måder hvorpå følgende arrangement kan bringes i ligevægt (alle lodderne skal benyttes):

**20 Masse af meterstok**

Bestem massen af meterstokken ved hjælp af et lod med kendt masse - fx 100 g - og et vippepunkt.



Lærervejledning

Introduktion

Ræsonnementsmønstret for *ligevægt* er tæt relateret til ræsonnementsmønstret *omvendt proportionalitet*.

Ligevægt er dog mere kompliceret da det inddrager "to omvendte proportionaliteter" sat lig hinanden.

Den matematiske form er $a \cdot b = c \cdot d$.

En lineal der balancerer om sit massemidtpunkt med to lodder - ét hængt på hver side - er et simpelt eksempel.

Den lovmæssighed der forudsiger hvilke arrangementer der vil balancere involverer fire uafhængige variable: de to lodders masser og deres to afstande til omdrejningspunktet.

Processen ved at substituere tre tal ind i en tillært algoritme som fx

$$m_1 \cdot d_1 = m_2 \cdot d_2$$

og isolere den fjerde og eneste ukendte variabel, og opnå en værdi for denne kræver kun konkret operationel tænkning. Fx

$$5 \cdot 3 = m_2 \cdot 10$$

Men at benytte sammenhængen på enhver ikke-rutinemæssig måde kræver forståelse af kompensation/omvendt proportionalitetsprincippet og fire uafhængige variable - altså formelt operationel tænkning - endda på 3B-niveau.

Altså fx at indse at hvis m_1 øges og man vil genoprette ligevægten, så skal man øge m_2 , og/eller mindske d_1 og/eller øge d_2 .

Bemærk

- at hvis $m_1 = m_2$ så kræver håndteringen kun konkret operationel tænkning, fordi man "så gør det samme" med begge variable: direkte korrespondens (2 variable).
- at hvis omvendt $m_1 \neq m_2$ men konstante, så skal der benyttes proportionalitetstænkning - dvs. formelt operationel tænkning.

Afvikling

Vægtstangen ophænges i det øverste af de tre centerhuller i en kontorclip som igen fæstnes til et stativ. Møtrikker benyttes som lodder og påhænges ligeledes vægtstangen med clips. Det postuleres at massen af møtrikkerne er 25 g (den er desværre nærmere 22 g), da dette gør det lettest at regne i hovedet og afstanden (som eleverne selv kan måle) er 1,0 cm.

Opgaverne fra og med nr.16 med flere ophæng på samme side er mest tænkt som ekstraopgaver til de hurtige elever.

Udstyr

Messingvægtstang med 12 huller med 1 cm's afstand på hver side af centrum (udleveret af CND)

Kontorclips (udleveret af CND)

Møtrikker (udleveret af CND)

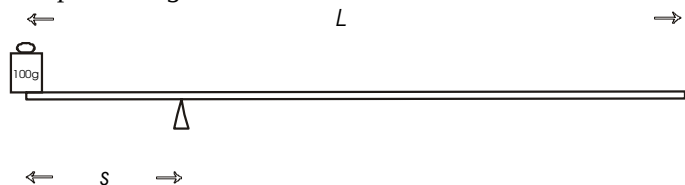
Masse af meterstok (for de hurtige/kvikke elever...)

At indse at man på hver af siderne af vippepunktet på en homogen meterstok kan regne som om at massen af den del af stokken som er på denne side befinder sig midt på denne del af stokken (altså at man kan placere massen i massemidtpunktet) kræver proportionalitetstænkning/ræsonnement

(man kan evt. hjælpe eleverne ved at lade dem forestille sig at stokken består af diskrete masser fordelt jævnt).

Når dette er indset kræver det ligevægtsræsonnement at opstille en ligning for løsning af problemet.

Bud på løsning:



$$\begin{aligned}
 m_A \cdot s_A &= m_B \cdot s_B \\
 m_{A1} \cdot s_{A1} + m_{A2} \cdot s_{A2} &= m_B \cdot s_B \\
 m_{lod} \cdot s + m_{stok} \left(\frac{s}{L} \right) \cdot \frac{1}{2} L &= m_{stok} \frac{L-s}{L} \cdot \frac{1}{2} (L-s) \\
 m_{stok} &= m_{lod} \cdot \frac{s}{\frac{1}{2} L - s}
 \end{aligned}$$

Man kan også betragte stok og lod for sig, men det kræver et godt overblik over massemidtpunktsbegrebet:

$$m_{\text{lod}} \cdot s = m_{\text{stok}} \cdot (\frac{1}{2}L - s)$$
$$m_{\text{stok}} = m_{\text{lod}} \cdot \frac{s}{\frac{1}{2}L - s}$$

Forslag til brobygning

Ligevægt i væskesøjler, Kemisk ligevægt.

Når sammenhængen mellem kraft og arbejde, $A = F \cdot \Delta s$, er kendt for eleverne, kan man argumentere for ligevægt i vægtstangen med arbejds-/energi-argumenter.